

MISURE ELETTRONICHE PER LE TLC 1



METODO DELLA CADUTA DI POTENZIALE

GRUPPO 6

CAPOCCI MASSIMO

GEMMITI RICCARDO

GALLETTI RICCARDO

IANNELLA DAVIDE

Docente del corso:
prof. Giovanni Betta

OBIETTIVO DELL'ESPERIENZA: Obiettivo dell'esercitazione di laboratorio è di effettuare la misura (con relativa incertezza) di una resistenza di piccolo valore, ovvero nella cui misura non si possono considerare trascurabili fenomeni parassiti come le resistenze di contatto e le forze elettromotrici di contatto.

Lo schema elettrico utilizzato è quello di Fig. 1, e comprende un multimetro, due resistenze (una campione R_C e quella incognita R_X), un invertitore, un alimentatore stabilizzato: le caratteristiche di questi componenti sono riportate nella tabella qui sotto (tabella 2).

STRUMENTI E COMPONENTI	CARATTERISTICHE	FUNZIONE
ALIMENTATORE STABILIZZATO	LAMI/EL/ALIM/9030019	Permette di regolare e stabilizzare il valore della corrente nel circuito.
RESISTENZA R_C	Valore nominale: 0.001 Ω Accuracy: 0.02% Modello: E-1644-C Serial:19848	E' la resistenza campione, dello stesso ordine di grandezza di R_X
RESISTENZA R_X		E' la resistenza da misurare
INVERTITORE		Permette, agendo su un'apposita manopola, di velocizzare le operazioni di misura. Inverte la direzione della corrente nel circuito in modo da eliminare nella misura l'effetto delle forze elettromotrici causate dalla differente temperatura nelle giunture di contatto.
MULTIMETRO	LAMI/DID/MULT/3146476666	Rileva la tensione ai capi di R_X e di R_C

Tab. 2



DESCRIZIONE DELL'ESPERIENZA: Innanzitutto occorre verificare la ripetibilità del multimetro. Per far ciò, dopo aver realizzato il circuito (escludendo la resistenza R_X) e settato l'alimentatore a 20 A, si effettuano 30 misure della tensione V_c ai capi di R_C , a brevissima distanza temporale l'una dall'altra; nella tabella in calce vengono riportati i risultati delle misure effettuate (tutti i valori sono espressi in mV):

01) 19,8971	02) 19,8969	03) 19,8968	04) 19,8966	05) 19,8954
06) 19,8962	07) 19,8966	08) 19,8965	09) 19,8972	10) 19,8966
11) 19,8969	12) 19,8970	13) 19,8963	14) 19,8969	15) 19,8963
16) 19,8958	17) 19,8958	18) 19,8970	19) 19,8971	20) 19,8953
21) 19,8942	22) 19,8951	23) 19,8954	24) 19,8969	25) 19,8950
26) 19,8947	27) 19,8955	28) 19,8947	29) 19,8947	30) 19,8970

Da qui la media
$$\bar{V}_c = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} R_{c_i} = 19.8961 \text{ mV}$$

E la deviazione standard
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{29} \cdot \sum_{i=1}^{29} (V_{c_i} - \bar{V}_c)^2} = 0.9 \mu \text{ V} \quad (1)$$

Il valore massimo di scarto tra due misure compatibili, effettuate con questo strumento, non deve superare $6\sigma = 5,4 \mu \text{V}$.

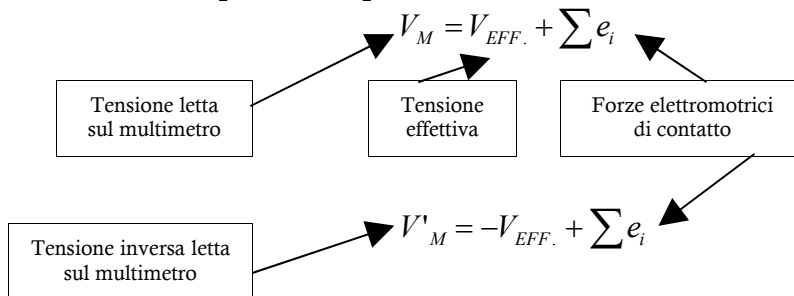
A questo punto, ricollegando anche R_x , si effettuano le misure delle quattro tensioni: V_x , V_c , $-V_c$, $-V_x$.

Nel dettaglio si ha:

- ☞ Misurazione di V_x (invertitore in posizione A);
- ☞ Spostamento puntali del multimetro e misurazione di V_c (invertitore in posizione A);
- ☞ Misurazione di $-V_c$ (invertitore in posizione B);
- ☞ Spostamento puntali del multimetro e misurazione di $-V_x$ (invertitore in posizione B).

L'uso dell'invertitore per la rilevazione delle tensioni inverse $-V_c$, $-V_x$ ha lo scopo di eliminare nei successivi calcoli il fenomeno parassita delle forze elettromotrici di contatto, dovuto alla differente temperatura delle giunzioni e dalla connessione di materiali diversi.

Sfruttando il fatto che queste forze elettromotrici sono indipendenti dal verso della corrente del circuito, si ha, misurando prima V_M , poi cambiando direzione della corrente e leggendo V'_M :



Di conseguenza effettuando la differenza tra le due equazioni:

$$V_{EFF.} = \frac{V_M - V'_M}{2} \quad (2)$$

L'ordine nella sequenza delle misurazioni (V_x , V_c , $-V_c$, $-V_x$) è stato scelto in modo tale da garantire l'ottimizzazione dei tempi dell'intera procedura: ciò è importante al fine di evitare importanti effetti termici sulle resistenze e quindi di evitare di compromettere la bontà dell'operazione di misura nel suo complesso.

In aggiunta alle quattro rilevazioni, ne viene fatta un'ultima, di controllo, della V_x , (che chiameremo V'_x) per accertarsi che non siano intervenuti, fra la prima e la quinta misura, le derive termiche accennate sopra.

Dalla prova di compatibilità deve risultare

$$|V_x - V'_x| < 6\sigma \quad (3)$$

La procedura delle cinque rilevazioni viene poi ripetuta per valori di corrente via via crescenti, in quanto con l'aumentare di questa diminuisce l'incertezza della misurazione: alla fine si considereranno solamente i valori misurati applicando al circuito la massima corrente tale che la prova di compatibilità (3) dia risultati positivi.

La tabella 2 riporta tutti i valori in millivolt delle tensioni misurate con i differenti valori di corrente: 10 A, 15 A, 20 A.

	V_X	V_C	$-V_C$	$-V_X$	V'_X
I=10 A	10.2002	10.0313	-10.0251	-10.2055	10.1992
I=15 A	15.2706	15.0102	15.0034	15.2789	15.2748
I=20 A	20.3694	20.9733	20.9681	20.3808	20.3746

tabella 2



CALCOLO DELL'INCERTEZZA: In riferimento agli ultimi valori misurati per il quale non siano intervenuti importanti derive termiche, ovvero quelli con corrente di intensità pari a 20 A, si procede al calcolo dell'incertezza.

Applicando innanzitutto la (2) alla V_X e alla V_C si ha:

$$V_X = \frac{V_X - (-V_X)}{2} = \frac{20.3694 + 20.3808}{2} = 20.3751 \text{ mV}$$

$$V_C = \frac{V_C - (-V_C)}{2} = \frac{20.9733 + 20.9681}{2} = 20.9707 \text{ mV}$$

Dunque il valore nominale della resistenza incognita è:

$$R_X = \frac{V_X}{I} = \frac{V_X}{V_C} R_C = \frac{20.3751}{20.9707} \cdot 0.001 = 0.97160 \text{ m}\Omega$$

L'incertezza relativa (elevata al quadrato) per la resistenza R_X , che indichiamo con $\overset{\bullet}{u}_{(R_X)}$, è data dalla seguente espressione :

$$\overset{\bullet}{u}_{(R_X)} = \overset{\bullet}{u}_{(R_C)} + \overset{\bullet}{u}_{\left(\frac{V_X}{V_C}\right)}$$

L'incertezza relativa della resistenza campione $\overset{\bullet}{u}_{(R_C)}$ può essere ottenuta considerando :

- Distribuzione rettangolare
- Accuracy fornita dal costruttore.

Da qui avremo:

$$\overset{\bullet}{u}_{(R_C)} = \frac{\overset{\bullet}{u}_{(R_C)}}{R_C} = \frac{Accuracy_{(R_C)}}{R_C \cdot \sqrt{3}} = \frac{0.02 \cdot 0.001}{100 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.001} = 0.11547 \text{ m}\Omega$$

A questo punto bisogna tener conto che si è utilizzato un solo multimetro per la misura di V_X e V_C : facendo questo si possono elidere gli errori sistematici.

L'utilizzo di un solo strumento ha però introdotto una correlazione tra le due tensioni, che impedisce di procedere direttamente al calcolo dell'incertezza $u_{\left(\frac{V_x}{V_c}\right)}$: per ricavare tale valore occorre dapprima scorrelare le due grandezze, dal momento che desidero, per semplicità, applicare la legge di propagazione per grandezze scorrelate.

Gli effetti sistematici possono essere corretti utilizzando il seguente accorgimento:

$$V_x = \hat{V}_x + \Delta \quad (4)$$

$$V_c = \hat{V}_c + \Delta \quad (5)$$

in cui Δ indica la correzione mentre \hat{V}_c e \hat{V}_x rappresentano le misure corrette di V_c e V_x .
Segue che :

$$\frac{V_x}{V_c} = \frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta}$$

In questo modo le tre grandezze risultano scorrelate ed affette solo da incertezza di tipo aleatorio, è possibile quindi applicare la legge di propagazione dell'incertezza per grandezze scorrelate:

$$u_{\left(\frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta}\right)}^2 = \left(\frac{\partial \left(\frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta} \right)}{\partial \hat{V}_x} \right)^2 \cdot u_{V_x}^2 + \left(\frac{\partial \left(\frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta} \right)}{\partial \hat{V}_c} \right)^2 \cdot u_{V_c}^2 + \left(\frac{\partial \left(\frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta} \right)}{\partial \Delta} \right)^2 \cdot u_{\Delta}^2$$

Applicando la (4) e la (5), svolgendo le derivate e raccogliendo i termini in comune, dopo alcuni passaggi si giunge alla seguente espressione:

$$u_{\left(\frac{\hat{V}_x + \Delta}{\hat{V}_c + \Delta}\right)}^2 = \left(\frac{V_x}{V_c} \right)^2 \cdot \left[\frac{u_{\hat{V}_x}^2}{V_x^2} + \frac{u_{\hat{V}_c}^2}{V_c^2} + \frac{(V_c - V_x)^2}{(V_c^2 \cdot V_x^2)} \cdot u_{\Delta}^2 \right] \quad (6)$$

Inoltre, essendo:

- $R_x \cong R_c$, il che implica: $V_x \cong V_c$;
- $u_{\Delta} \ll u_{V_x}$

è possibile approssimare la (6) nella forma:

$$u_{\left(\frac{V_X}{V_C}\right)}^2 = \left[\frac{u_{\hat{V}_X}^2}{V_x^2} + \frac{u_{\hat{V}_C}^2}{V_c^2} \right] \quad (7)$$

La $u_{\hat{V}_C}$ può essere valutata per via sperimentale a partire da N misure ripetute delle resistenza campione R_C , cosa che è stata fatta al momento di testare al ripetibilità del multimetro:

$$u_{\hat{V}_C} = u_{\hat{V}_X} = \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i (V_{ci} - \bar{V}_c)^2}$$

Nel nostro caso $N=30$ e, con la (1) abbiamo $u_{\hat{V}_C} = u_{\hat{V}_X} = \sigma = 0.9 \mu V$

A questo punto la (7) diventa:

$$u_{\left(\frac{V_X}{V_C}\right)}^2 = \left[\frac{u_{\hat{V}_X}^2}{V_x^2} + \frac{u_{\hat{V}_C}^2}{V_c^2} \right] = \left(\frac{0.0009}{20.3751} \right)^2 + \left(\frac{0.0009}{20.9707} \right)^2 = 0.18613 \cdot 10^{-6}$$

Infine l'espressione dell'incertezza per la resistenza incognita sarà:

$$u_{R_X} = \sqrt{R_x^2 \cdot u_{R_X}^2} \cong R_x \cdot \sqrt{u_{R_C}^2 + u_{\left(\frac{V_X}{V_C}\right)}^2} = 0.9716 \cdot 10^{-3} \sqrt{(0.11547 \cdot 10^{-3})^2 + 0.18613 \cdot 10^{-6}} = 0.12715 \mu\Omega$$

\Rightarrow

$R_x = 0.97160 \pm 0.00013 \text{ m } \Omega$

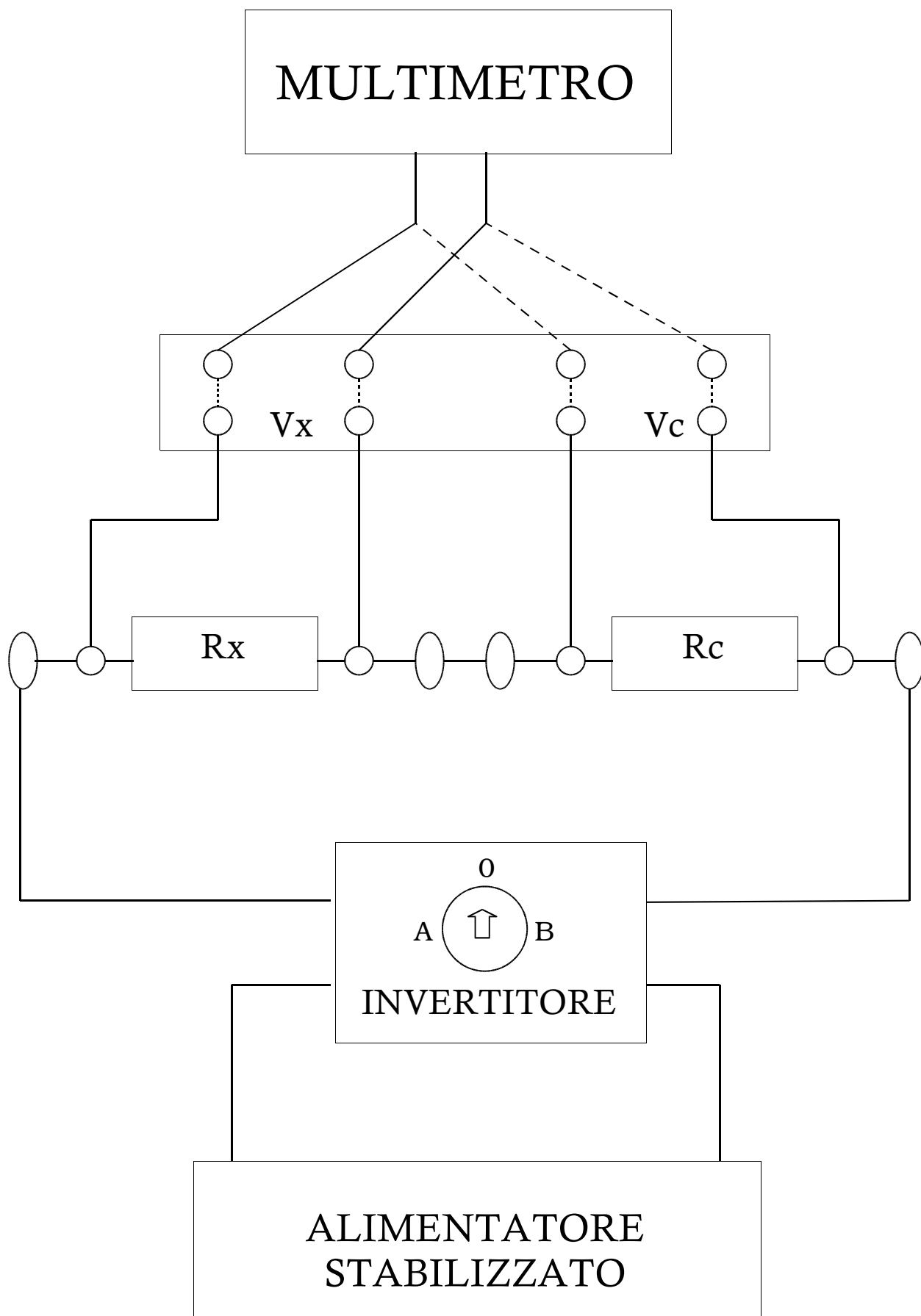


Fig. 1